

**Commenti, qualche chiarimento, idee e dubbi,
e FATTI sul PdI di Heisenberg**

Per poterne discuterne.

(sorvolando su alcuni dettagli matematici)

Carlo Cosmelli

CERMS
15.10.2009



DIPARTIMENTO DI FISICA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Introduzione: Cosa dice la Meccanica Quantistica - OGGI

La traiettoria classica di una particella è sostituita dalla funzione d'onda $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$.

La ψ soddisfa la relazione di normalizzazione $\langle \psi | \psi \rangle = 1$

L'evoluzione temporale dello stato è data da:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

Dove l'operatore \hat{H} è Hermitiano (un operatore lineare definito nello spazio di Hilbert uguale al suo aggiunto).

In generale: $A|\psi\rangle = a|\psi\rangle$, "A" essendo l'operatore associato alla quantità fisica misurabile \mathcal{A} , e "a" gli autovalori (reali) corrispondenti all'osservabile A.

Fondamenti, qualche chiarimento sul significato di alcuni termini di uso comune

- ▢ Onda/particella 1.
 - ▢ Maxwell: la luce è un'onda (il campo e.m.)
 - ▢ Plank- Einstein: la luce è una particella ($E=h\nu$; $p=h/\lambda$)
 - ▢ Sono entrambi “oggetti del mondo fisico” e sono misurabili.
- ▢ Onda/particella 2. – **ATTENZIONE** - Meccanica Quantistica ortodossa:
 - ▢ Lo stato di un oggetto è descritto da una funzione d'onda $\psi(\mathbf{r},t)$
 - ▢ **Ma la ψ è un'ampiezza di probabilità.**
 - ▢ PRIMA di una “misura” l'oggetto è “rappresentato” dallo stato ψ , non è né onda, nè particella.
 - ▢ DOPO la “misura” l'oggetto si sarà comportato come onda **O** particella, dipende dal sistema con cui ha interagito...

Onda del campo e.m.
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 \mathbf{e}_p e^{i(kz - \omega t)}$$

Qualche chiarimento su cosa sia la funzione d'onda, il pacchetto d'onda e come possa identificarsi con una particella

- ▣ Il passaggio concettuale: la funzione d'onda $\psi(\mathbf{r},t)$ è un'ampiezza di probabilità \rightarrow il suo “quadrato” dà la probabilità che la particella si trovi [nel punto \mathbf{r} , all'istante t] $\rightarrow P(\mathbf{r},t) = |\psi(\mathbf{r},t)|^2$. La probabilità può essere misurata.
- ▣ **Il pacchetto d'onde:** in realtà una particella (un elettrone) non viene descritto da un'onda (tipo onda del mare), ma da un “pacchetto d'onde”, cioè una somma di onde. Un pacchetto d'onda assomiglia molto ad una particella. Vediamo meglio:

Il pacchetto d'onde

Un'onda: frequenza $f = \omega / 2\pi$;
lunghezza d'onda $k = 2\pi / \lambda$

$$E(r, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$$

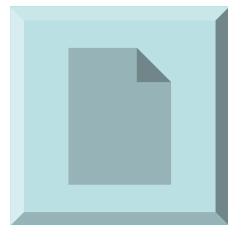
Un'onda: frequenza $f = (\omega - \Delta\omega) / 2\pi$;
lunghezza d'onda $k = 2\pi / \lambda$

$$E(r, t) = E_0 e^{i\left(kx - (\omega - \Delta\omega)t\right)}$$

Un'onda: frequenza $f = (\omega + \Delta\omega) / 2\pi$;
lunghezza d'onda $k = 2\pi / \lambda$

$$E(r, t) = E_0 e^{i\left(kx - (\omega + \Delta\omega)t\right)}$$

Pacchetti d'onde: 3 onde Labview



5 onde Mathematica



Il principio di indeterminazione - Heisenberg

$$\square \Delta x \cdot \Delta p \geq h/2\pi = \hbar$$

□ E' impossibile **definire** ad un certo istante sia la posizione di una particella che il suo momento con un arbitrario grado di accuratezza.

✂ **Vale anche per una misura e per l'effetto di una misura, ma l'indeterminazione è INTRINSECA della natura, esisterebbe anche se ci fosse una sola particella nell'universo!**

□ Vale per qualunque coppia di variabili "che non commutano", non solo per posizione e momento.

□ [Energia e tempo] ;

□ Posso invece "conoscere" tante altre variabili contemporaneamente, basta che commutino: x , E

Qualche calcolo per avere un'idea dei numeri e di cosa vogliono dire (sul pdl). I

1. Sistema macroscopico:

una piccola particella di polvere $\phi = 1 \mu\text{m}$; $m = 10^{-15} \text{ kg}$; $v = 1 \text{ mm/s}$

$$\therefore p = mv = 10^{-18} \text{ Js/m}$$

Supponiamo di misurare la posizione x con $\Delta x = 0,01 \mu\text{m}$; $\Delta x/x = 0,01$

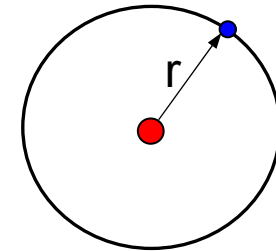
$$\Rightarrow \Delta p \geq \hbar/\Delta x = 10^{-26} \text{ Js/m} \quad ; \quad \Delta p/p = 10^{-8} \text{ !!!}$$

Non esiste nessuno strumento in grado di misurare p con questa precisione.

Δx e Δp sono praticamente trascurabili, la particella ha una funzione d'onda localizzata.

\therefore Il moto è "classico"

Qualche calcolo per avere un'idea dei numeri e di cosa vogliono dire (sul pdI). II



2. Sistema microscopico.

Un elettrone nel modello semiclassico di Bohr: $p \cdot r = n \hbar$ (per def.)
perché l'elettrone sia localizzato dobbiamo avere:

$$\Delta x \ll r \quad \text{e} \quad \Delta p \ll p \quad \text{cioè:} \quad \Delta x/r \ll 1 \quad \text{e} \quad \Delta p/p \ll 1$$

$$\Rightarrow \Delta x/r \cdot \Delta p/p \ll 1$$

Ora applichiamo il pdI: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \Rightarrow \Delta x/r \cdot \Delta p/p \geq \hbar/r \cdot p = \hbar/n\hbar = 1/n$

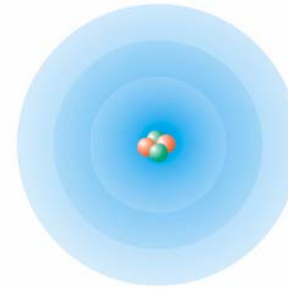
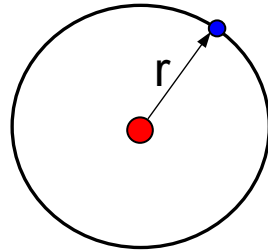
$\Rightarrow \Delta x/r \cdot \Delta p/p \geq 1/n$ cioè, ricapitolando:

$$1/n \leq \Delta x/r \cdot \Delta p/p \ll 1$$

Ma questa è vera solo se $n \gg 1$, per il primo livello è falsa

\therefore L'elettrone non può essere localizzato in un'orbita, il modello è falso.

Proviamo ad utilizzare il pdl per calcolare dove sta l'e⁻



Il potenziale di attrazione fra elettrone e protone è: $V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r} = -\frac{e^2}{r}$

Hp : la funzione d'onda dell'elettrone è sferica di raggio circa r_0 , allora posso calcolare: $\bar{V} = -\frac{e^2}{r_0}$

Avendo "confinato" l'elettrone in una nuvola con $\Delta r \neq 0 \Rightarrow$ ho un $\Delta p \neq 0$ tale che: $\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar$

Posso calcolare l'energia cinetica media: $\bar{T} = 1/2 m v^2 \geq \bar{T}_{\min} = \frac{\Delta p^2}{2m} \cong \frac{\hbar^2}{2m r_0^2}$

Quindi l'Energia è $E_{\min} = \bar{T}_{\min} + V = \frac{\hbar^2}{2m r_0^2} - \frac{e^2}{r_0}$.

Questa funzione ha un minimo per $r_0 = a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2}$, e l'energia del livello fondamentale è $E_0 = -\frac{m e^4}{2 \hbar^2}$

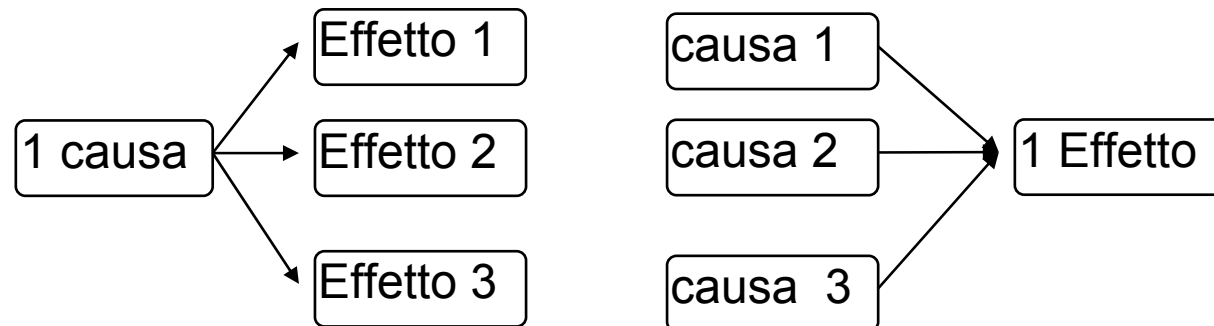
Il valore di r_0 e di E_0 sono giusti! Se avessimo provato a calcolarli con le formule classiche avremmo trovato $r_0 = 0$ e $E_0 = \infty$

Cosa hanno detto i fisici dell'epoca... e dopo

- Sulla quantizzazione delle orbite atomiche (Bohr, 1911)
 - “Il modello è “inutilizzabile” (Lord Rayleigh, GB)
 - “Abbandonerei la fisica se l'ipotesi venisse mai confermata” (Max von Laue, D).
 - “Alla luce di questi fatti ci si potrebbe domandare se la fisica sia ancora la più solida tra le scienze naturali” (Max Planck, 1923)
 - “L'idea che un elettrone esposto a radiazione possa scegliere *liberamente* l'istante e la direzione in cui spiccare il salto è per me intollerabile. Se così fosse, preferirei fare il ciabattino, o magari il biscaggiere, anziché il fisico. (Max Born, 1924).
 - “...non sono competente a tenere questa relazione...anche perché non accetto il punto di vista puramente statistico su cui si basano queste teorie (Max Born, 1924).
- Situazione inaccettabile da tutti coloro che non sono “disponibili ad abbandonare senza combattere una causalità rigorosa” (A. Einstein et al.).
- “Non mi piace, e mi spiace di averci avuto a che fare” (Erwin Schrödinger).
- “Più la teoria dei quanti ha successo, più sembra una sciocchezza” (A. Einstein).
- “E' indubitabile, a mio parere, che questa teoria contenga un frammento della verità ultima” (A. Einstein).
- Quelli che non rimangono scioccati, la prima volta che si imbattono nella meccanica quantistica, non possono averla compresa (Niels Bohr).
- Se credete di aver capito la teoria dei quanti, vuol dire che non l'avete capita (R. Feynman).
- Penso si possa tranquillamente affermare che nessuno capisce la meccanica quantistica. (R.Feynman)
- Sono fatto così: voglio sempre capire. (Richard P. Feynman).
- Io devo sapere. (Galileo - B. Brecht).

Sulla realtà (del modello descritto dalla MQ): esistono gli e⁻ ?

- ❖ A. Einstein: Δx e Δt “possono” dipendere dall’osservatore; ma $\exists \Delta x_0$ e Δt_0
- ❖ Fare scienza: non “scoprire” tutta la Realtà, ma avvicinarvisi molto.
 - ❖ Il moto della Luna è caotico, non deterministico.
 - 1. No alla precisione assoluta, non ha senso.**
- ❖ Esistono gli elettroni? No, in assoluto. Esistono e sono reali fin quando la teoria che li prevede resiste alla prova dell’osservazione. Se fosse falsificata cesserebbero di esistere [la rappresentazione che NOI abbiamo], sostituita da un’altra teoria.
 - 2. L’esistenza PER NOI, è legata all’osservazione.**
 - 3. O si abbandona la causalità, o la località (J. Bell)**
- ❖ Causa/Effetto? Sì, ma molto più complicato.





- ❖ Località? NO.

Linguaggi per descrivere la realtà


Matematico

- MQ 1 : Schrödinger, De Broglie – la funzione d'onda $\psi(r,t)$
- MQ 2 : Dirac – bra & ket – $\hat{H} |\psi\rangle = E |\psi\rangle$
- MQ 3 : Heisenberg – Le matrici (...sono solo numeri)
 - I “risultati numerici” sono gli stessi, ma rappresentano la stessa realtà?

Grafico

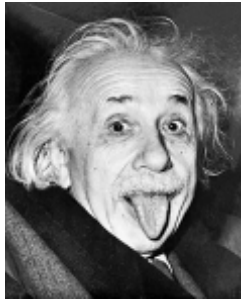
- MQ – grafico: il pacchetto d'onde, l'effetto tunnel [da MQ1, ma...] 
- Diagrammi di Feynman **INSERIRE**
- Iperspazi – grafici per oggetti in più dimensioni: ipercubo 4d 

Linguaggio

- MQ : onda e particella? No. Sono oggetti differenti, l'onda è un'onda di probabilità. La particella si comporta come una Onda  una particella (dopo).
- Realtà quotidiana: Italiano sbagliato-diverso // Giapponese 違
 - Se telefono a casa di Elena Gagliasso e mi risponde Emidio Spinelli, lui dice (molto probabilmente): hai sbagliato numero. Ma il numero è (anche) diverso.
 - Ma un omosessuale è diverso...o sbagliato (?)
 - In giapponese userei lo stesso verbo (*chigau*), nel senso che la cosa “sbagliata” è “diversa”. [oppure *ma-chigau* se “sbagliato” è solo per un intervallo di spazio o di tempo, dove *ma* è indifferentemente un intervallo di spazio o un intervallo di tempo!!!]
 - Anche se la traduzione è la stessa le parole indicano realtà mediate differenti.

La meccanica quantistica e Dio

- La funzione d'onda e le sua evoluzione sono note (equazione di Schrödinger)
- Ma la posizione viene scelta in modo del tutto casuale al momento dell'osservazione: il risultato è genuinamente casuale e imprevedibile.



“Dio non gioca a dadi con l’universo.” (A. Einstein)



“Piantala di dire a Dio che cosa fare con i suoi dadi.” (Niels Bohr)



“Dio non solo gioca a dadi, ma bara.” (J. Bell)

La Meccanica quantistica non è
sbagliata, è diversa...

違

La Meccanica quantistica non è sbagliata, è diversa...

違

Questo articolo invece è giusto

Costituzione Italiana

Articolo 3

Tutti i cittadini hanno pari dignità sociale e sono uguali davanti alla legge, senza distinzione di sesso, di razza, di lingua, di religione, di opinioni politiche, di condizioni personali o sociali. ...